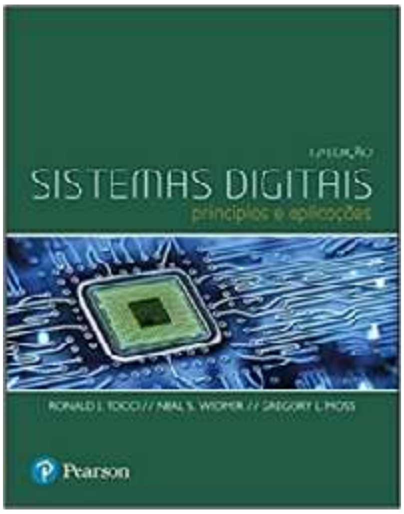
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO E INFORMÁTICA
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
ÁLGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS DIGITAIS – Aula 06 – 1º SEMESTRE/2022
Prof. Jamil Kalil Naufal Júnior

DIAGRAMAS DE VEITCH-KARNAUGH

Nossos **objetivos** nesta aula são:

- Conhecer a extração de expressões lógicas a partir de tabelas utilizando o método de Veitch-Karnaugh.
- Praticar a minimização mapas de Veitch-Karnaugh.



Para esta aula, utiliza-se como referência os itens 4.5 (**Método do Mapa de Karnaugh**) do **Capítulo 4 (Circuitos Lógicos Combinacionais)** do livro-texto:

TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. **Sistemas Digitais: princípios e aplicações**. 12ª Ed. Editora Pearson, 2019.

Não deixem de ler a indicação depois desta aula!

MÉTODO DE VEITCH-KARNAUGH

- Criado por Edward Veitch em 1952 e aperfeiçoado por Maurice Karnaugh em 1953.
- Mapeamento biunívoco a partir de uma tabela verdade da função a ser analisada.
- O **mapa de Karnaugh** é um método gráfico para simplificação de expressão algébrica.
- Os valores são colocados em forma matricial.
- A leitura é realizada com base nas proximidades dos dados.

MINIMIZAÇÃO POR AGRUPAMENTO

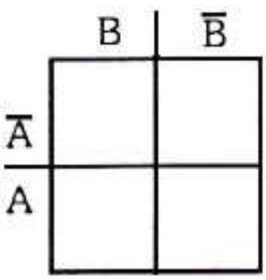
- Localiza-se todos os 1s do mapa.
- Agrupa-se o maior número possível de células adjacentes (horizontal ou vertical) contendo os 1s num único agrupamento. Inicia-se sempre do maior número em grupos de 2^n: 8, 4, 2 e 1.
- Cada agrupamento fornece um produto de variáveis de entrada, retirando as variáveis que mudam de valor na adjacência.
- O número de enlaces termina quando todos os 1s forem considerados.

Importante:

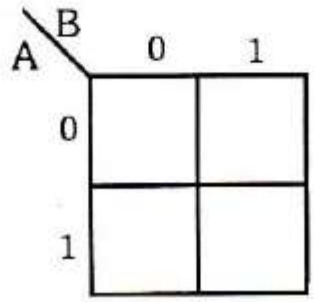
- É permitido utilizar 1s que já foram considerados em outros agrupamentos a fim de criar novos grupos com um número maior de 1s.
- Não é permitido realizar agrupamentos na diagonal e nem quantidade de 1s diferente de 2^n.

MAPA DE 2 VARIÁVEIS

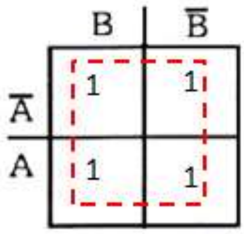
Formato para a criação das tabelas para duas variáveis:



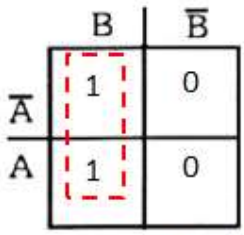
ou



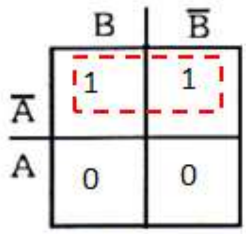
Tipos de agrupamento:



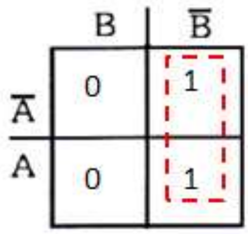
Quadra ⇨ F(A,B)=1



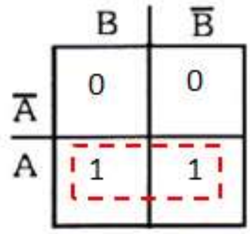
Par ⇨ F(A,B)= B



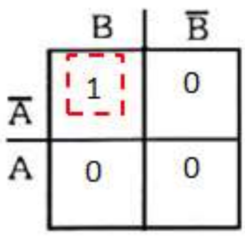
Par ⇨ F(A,B) = A´



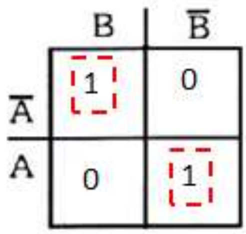
Par ⇨ F(A,B) = B´



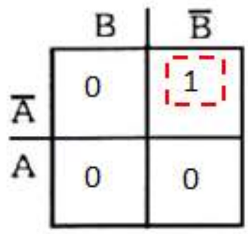
Par ⇨ F(A,B) = A



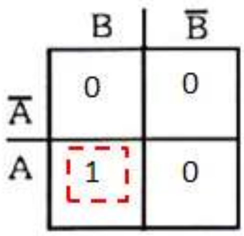
F(A,B)= A´B



F(A,B)= A´B+AB´



F(A,B)= A´B´



F(A,B)= AB

a) Quadras: agrupamento máximo, onde todas as localidades valem 1.

b) Pares: a figura anterior mostra exemplos de agrupamentos de pares com 2 variáveis.

c) Termos isolados: casos sem simplificação.

EXERCÍCIO TUTORIADO

1. Obtenha a expressão booleana simplificada pelo mapa de Karnaugh.

A	B	F(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

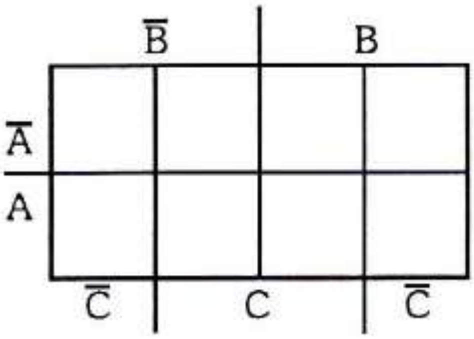
EXERCÍCIO COM DISCUSSÃO EM DUPLAS

2. Simplifique a expressão booleana pelo mapa de Karnaugh:

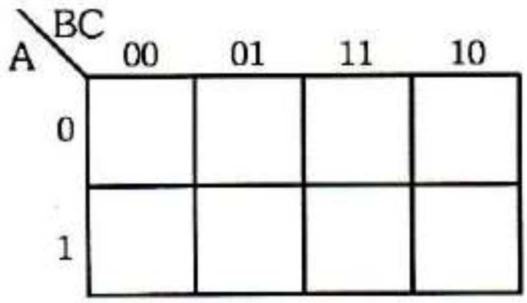
$$F(A,B) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B}$$

MAPA DE 3 VARIÁVEIS

- Formato para a criação das tabelas para quatro variáveis:

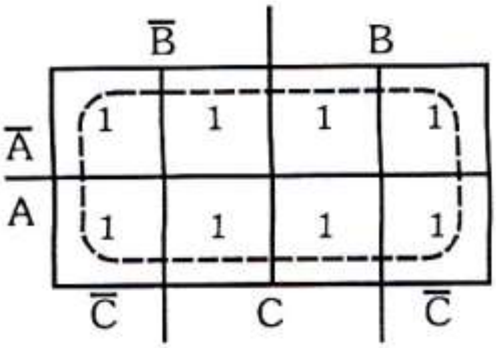


ou



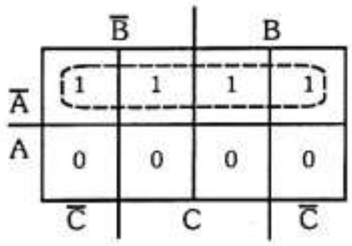
Tipos de agrupamento:

a) Oitava: agrupamento máximo, onde todas as localidades valem 1:

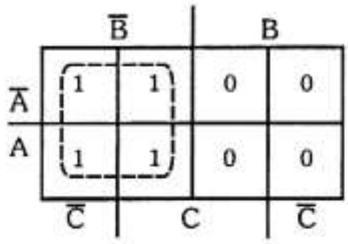


⇐ Oitava : S=1

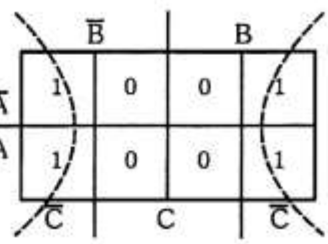
b) Quadras: são agrupamentos de 4 regiões onde S é igual a 1, adjacentes ou em sequência.



Quadra $\bar{A}$

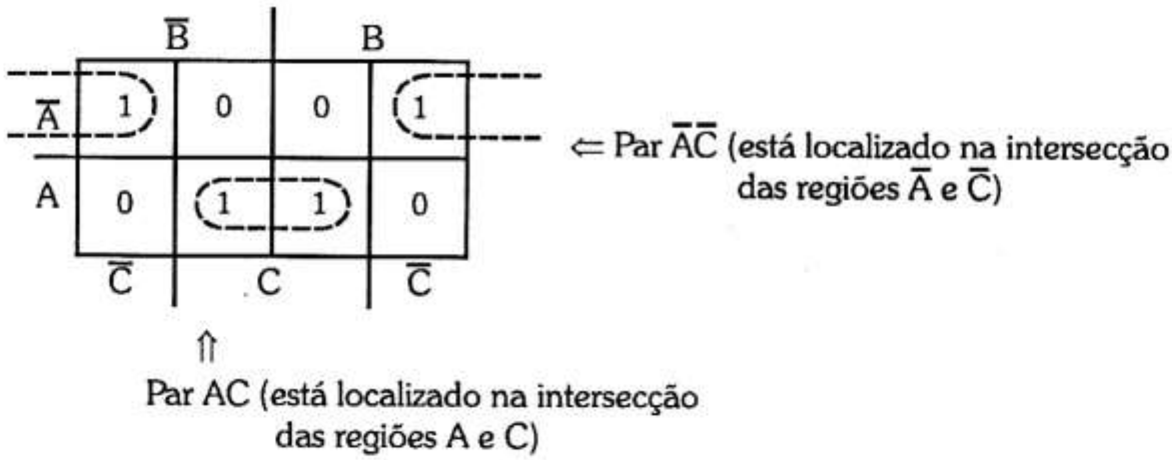


Quadra $\bar{B}$

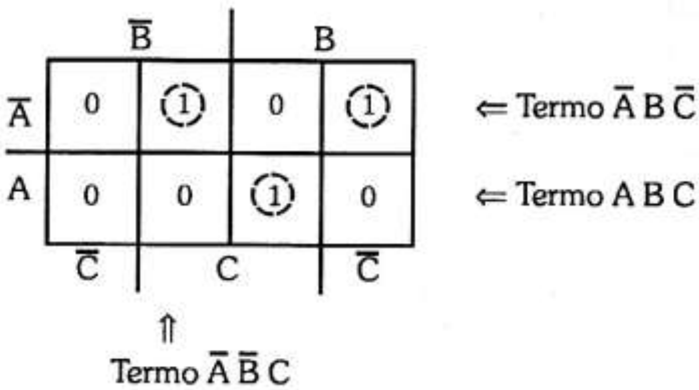


Quadra $\bar{C}$

c) Pares: a figura a seguir mostra 2 exemplos de pares entre os 12 possíveis em um diagrama de 3 variáveis.



d) Termos isolados: são os casos sem simplificação.



EXERCÍCIO TUTORIADO

3. Obtenha a expressão booleana simplificada pelo mapa de Karnaugh.

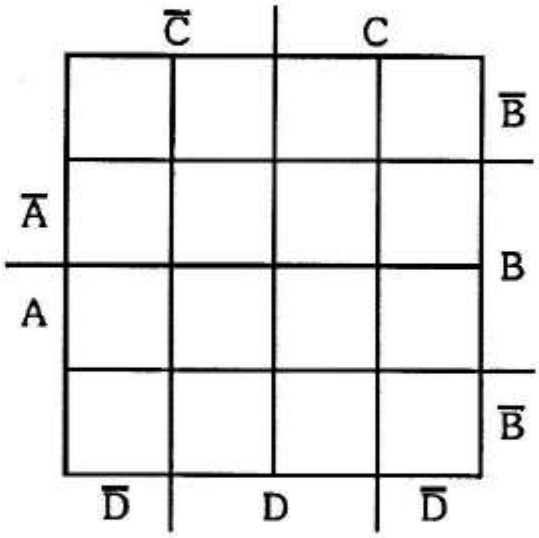
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

EXERCÍCIO COM DISCUSSÃO EM DUPLAS

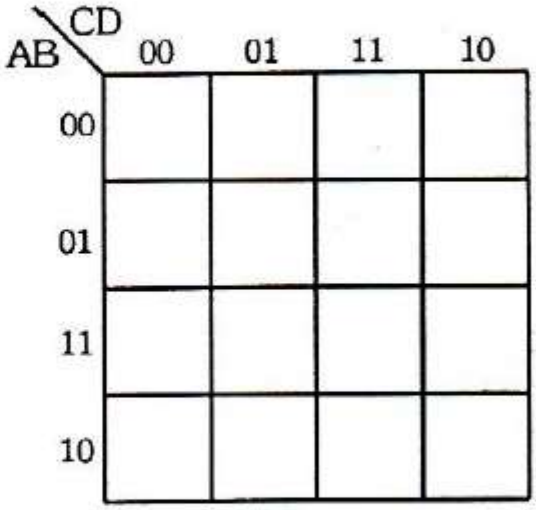
4. Simplifique a expressão booleana pelo mapa de Karnaugh:

$$F(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C}$$

- Formato para a criação das tabelas para três variáveis:

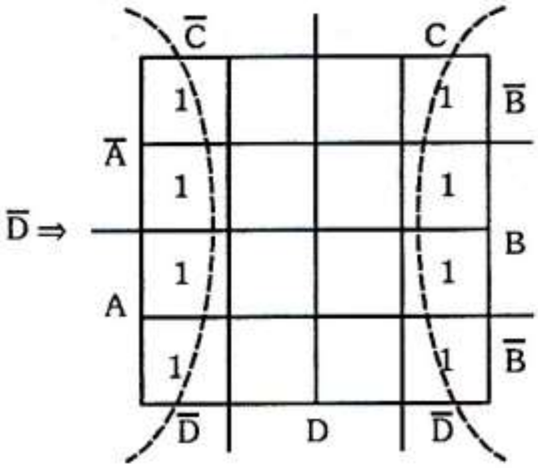


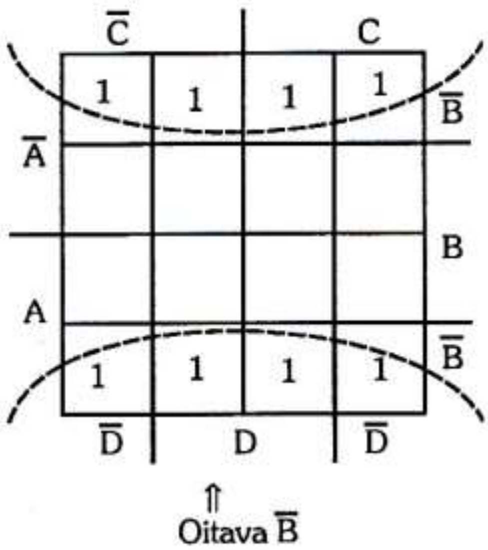
ou



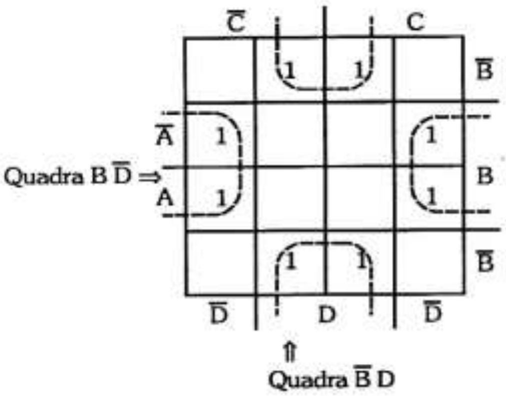
Tipos de agrupamento:

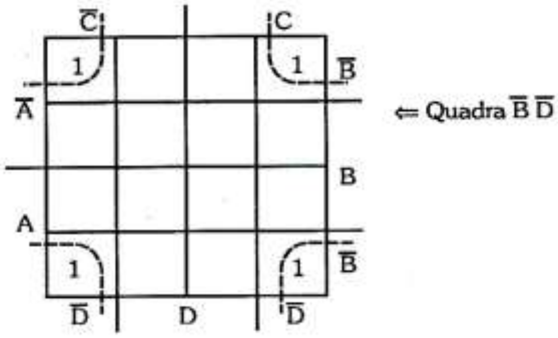
a) Exemplos de Oitavas:



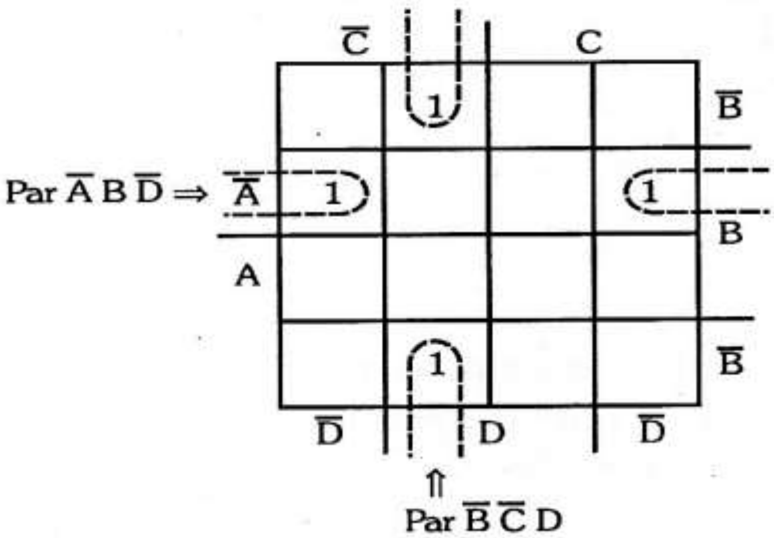


b) Exemplo de Quadras:





c) Exemplo de Pares:



EXERCÍCIO TUTORIADO

5. Obtenha a expressão booleana simplificada pelo mapa de Karnaugh.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

EXERCÍCIO COM DISCUSSÃO EM DUPLAS

6. Obtenha a expressão booleana simplificada pelo mapa de Karnaugh.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

7. Obtenha a expressão booleana simplificada pelo mapa de Karnaugh.

$$F(A,B,C) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$$

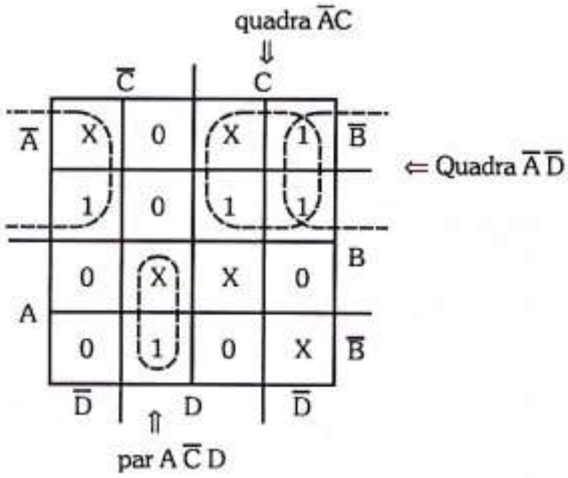
CONDIÇÕES IRRELEVANTES

- Uma tabela verdade pode ter várias condições irrelevantes que devem ser consideradas de forma independente, de acordo com o agrupamento onde se encontram.
- Exemplo de aplicação:

  Tabela verdade:

A	B	C	D	S
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	0
1	1	1	1	X

Mapa de Veigh Karnaugh



8. Determine a saída S.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	X
1	0	1	1
1	1	0	X
1	1	1	X

EXERCÍCIOS EXTRA-CLASSE

1. Simplifique as expressões a seguir utilizando mapa de Karnaugh.
   a. $x = \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C} + BC\bar{D} + A\bar{B}D$
   b. $x = AB(\bar{A} + \bar{B})(\mathrm{A} + \mathrm{AB})$
   c. $x = ABC + AB + A$

2. Simplifique as seguintes funções utilizando mapa de Karnaugh:
   a. $k = \prod M\,(0, 1, 7, 8, 9, 13, 14, 15)$
   b. $k = \sum m\,(2, 3)$
   c. $k = \prod M\,(1, 2, 3, 4)$
   d. $k = \sum m\,(5, 6, 7)$